

RELACIÓN DE PROBLEMAS TIPIFICADOS SOBRE LAS OPERACIONES MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

DOCUMENTO PARA EL PROFESORADO

La forma normal de introducir la multiplicación en la escuela es como suma reiterada de un mismo número natural.

Lo ideal es hacerlo partiendo de una situación problemática del entorno del alumnado ya que siempre pretenderemos ver la parte “real” de las matemáticas, una herramienta indispensable para facilitarnos nuestra vida.

A partir de esta suma introducimos los conceptos de multiplicando y multiplicador y asimilamos el producto al resultado de la suma.

Por ejemplo, si partimos del problema “Ana tiene 4 bolsitas iguales. En cada una hay cinco cromos. ¿Cuántos cromos tiene Ana?”. En un principio, el alumnado planteará una situación de suma reiterada para su resolución:

$$5+5+5+5=20 \text{ (cromos)}$$

A partir de este tipo de situaciones introduciremos los conceptos de **multiplicando** (el número que se repite, que representa el tamaño del grupo) y **multiplicador** (las veces que se repite, que es el número de grupos iguales) y **producto** (el resultado de la suma), ligados como se ve a la operación suma. En la fase simbólica podremos representar la anterior suma como:

$$4 \text{ (multiplicador)} \times 5 \text{ (multiplicando)} = 20 \text{ (producto)}$$

Es muy importante trabajar los diferentes significados del multiplicador y el multiplicando, puesto que ésta será una de las bases para la clasificación de los problemas relacionados con la multiplicación y división.

La **división** la introduciremos de forma natural a partir de situaciones en las que dado el total (producto) y otro dato más (multiplicador o multiplicando) desconocemos, bien el tamaño de los grupos o bien los grupos que hay. De esta forma, conseguimos introducir la división como operación inversa de la multiplicación y ligarla a situaciones ya conocidas.

Por lo tanto, lo que en realidad tendremos serán **situaciones problemáticas de tipo multiplicativo**, que se resolverán bien con una multiplicación, bien con una división.

CLASIFICACIÓN DE LAS SITUACIONES QUE SE RESUELVEN CON MULTIPLICACIONES Y DIVISIONES

La clasificación de los problemas de multiplicación y división la haremos atendiendo a las distintas situaciones reales que se nos pueden presentar y a cómo estas situaciones afectan a los factores de la operación a realizar.

Se nos pueden presentar **dos clases de situaciones (Bermejo):**

Asimétricas: en las que los factores de la operación multiplicación que la resuelve tienen distintas funciones. Por ejemplo, en el problema anterior “*Ana tiene 4 bolsitas iguales. En cada una hay cinco cromos. ¿Cuántos cromos tiene Ana?*”. La solución vendría dada por la operación:

$$4 \times 5$$

En esta operación los factores 4 y 5 tienen distintas funciones. El 4 representa el número de grupos iguales (bolsitas) y el 5 es el número de unidades por grupo (cromos por bolsita).

Simétricas: en las que los dos factores que intervienen en la operación que resuelve el problema tienen la misma función y por lo tanto son intercambiables. Como ejemplo podemos citar “*La base de un rectángulo mide 7 cm y su altura 5 cm. ¿Cuál es su área?*”. En este problema la solución viene dada por la operación:

$$7 \times 5$$

Pero de igual manera podemos optar por 5×7 . Ambos factores cumplen la misma función (representan una medida) y son perfectamente intercambiables. En este punto **no hay que confundir la propiedad conmutativa** de la multiplicación con la función de cada uno de los factores.

TIPOS DE PROBLEMAS EN SITUACIONES ASIMÉTRICAS

1.- PROBLEMAS DE GRUPOS IGUALES

Son los más simples y los que nos sirven para introducir la multiplicación y división. En estos problemas se reitera una misma cantidad (multiplicando) un número de veces (multiplicador) y como resultado obtenemos un total de esa cantidad (producto).

Según desconozcamos la cantidad por grupo, el número de grupos o el total podemos hacer la siguiente clasificación dentro de esta modalidad:

PROBLEMAS DE GRUPOS IGUALES		
Desconocemos el Total	Desconocemos la cantidad por grupo	Desconocemos en número de grupos
Se resuelve con una multiplicación	Se resuelve con una división (partitiva)	Se resuelve con una división (cuotitiva)
<i>Ana tiene 4 bolsitas iguales. En cada una hay cinco cromos. ¿Cuántos cromos tiene Ana?</i>	<i>Ana tiene 20 cromos metidos en cuatro bolsitas que contienen cada una la misma cantidad. ¿Cuántos cromos contiene cada bolsita?</i>	<i>Ana tiene 20 cromos repartidos en bolsitas. En cada una de ellas ha puesto cinco cromos. ¿En cuántas bolsitas tiene Ana sus cromos?</i>

INDICACIÓN METODOLÓGICA

En **Primer Ciclo de Educación Primaria** introduciremos la **multiplicación** con situaciones de Grupos Iguales en las que se desconoce el Total. La **división** la introduciremos con situaciones en las que se desconozca la cantidad por grupo (**división partitiva**), que es la idea que corresponde a los repartos equitativos.

En **Segundo Ciclo de Educación Primaria** introduciremos las situaciones en las que se desconozca el número de grupos (**división cuotitiva**).

2.- PROBLEMAS DE TASAS

El **término tasa** hace referencia a la **relación entre dos medidas**. Por ejemplo: kilómetros por hora, Euros por litro, gramos por litro, centímetros por metro, etc. Entre estas medidas se establece una relación de varios a uno, como cuando se dice “este coche circula a 60 Km por hora”. Normalmente usamos la palabra “**por**” o “**cada**” para indicar esa relación.

En los problemas de tasas intervienen tres cantidades: un número de objetos, el total y la tasa que les afecta. Por ejemplo:

“El coche de Luis circula a 60 Km/h. Si está andando 3 horas. ¿Cuántos Km ha recorrido?”

“En un hiper venden la leche a 85 céntimos por litro. ¿Cuánto costarán 5 litros de leche?”

“Hemos comprado 10 barras de pan por las que hemos pagado 6,50 €. ¿A cuánto hemos pagado la barra de pan?”

“Cada litro de gasoil vale 0,989 euros. ¿Cuántos litros podemos echar al depósito con 20 euros?”

Hay que observar que la dificultad del problema también se ve influida por el uso de cantidades discretas (expresadas con números naturales) o continuas (expresadas con números decimales).

Según desconozcamos la tasa, el número de grupos o el total podemos hacer la siguiente clasificación dentro de esta modalidad:

PROBLEMAS DE TASAS		
Desconocemos el Total	Desconocemos la Tasa	Desconocemos el número de grupos
Se resuelve con una multiplicación	Se resuelve con una división (partitiva)	Se resuelve con una división (cuotitiva)
<i>El coche de Luis circula a 60 Km/h. Si está andando 3 horas. ¿Cuántos Km ha recorrido?</i>	<i>El coche de Luis ha recorrido 180 km en tres horas. ¿A qué velocidad ha circulado en Km por hora?</i>	<i>El coche de Luis ha estado circulando a 60 km por hora y en total ha recorrido 180 km. ¿Cuántas horas ha estado andando?</i>

INDICACIÓN METODOLÓGICA

Los problemas de Tasas se introducirán en el Segundo Ciclo de Educación Primaria. Siempre ligados a situaciones del entorno del alumnado y adecuándolos a su dominio de la numeración, del cálculo mental y los algoritmos.

En Tercer Ciclo seguiremos practicando este tipo de problemas usando cantidades continuas para darle sentido al uso de los números decimales.

3.- PROBLEMAS DE SITUACIONES COMPARATIVAS

En estas situaciones intervienen **dos cantidades** del mismo tipo (**referente y comparado**) que se relacionan por un **factor de comparación**. Si la cantidad que hace de referente es más pequeña que la comparado, entonces estamos ante una comparación de **aumento**, que vendrá expresada normalmente con la expresión **“n veces más” o “n veces mayor”**. Por el contrario, si el referente es mayor que la cantidad que hace de comparado, estamos ante una situación de **disminución** que vendrá expresada con la fórmula **“n veces menos” o “n veces menor”**.

Estos problemas, admiten **fórmulas distintas** como:

El doble (dos veces más), el **triple** (tres veces más), la **mitad** (dos veces menos), la **tercera parte** (tres veces menos)...

De esta forma, podemos clasificar las situaciones de este tipo, bien en situaciones de aumento o disminución. Además, distinguiremos los problemas según los datos conocidos y desconocidos.

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN		
Desconocemos el Comparado	Desconocemos el factor de comparación	Desconocemos el Referente
Situaciones que implican Aumento		
Se resuelve con una multiplicación	Se resuelve con una división cuotitiva (hay que averiguar el número de grupos)	Se resuelve con una división partitiva (hay que averiguar los elementos que hay en un grupo)
<i>Ana tiene 5 Euros. Luis tiene tres veces más. ¿Cuántos Euros tiene Luis?</i>	<i>Ana tiene 5 €. Luis tiene 15 euros. ¿Cuántas veces es mayor la cantidad de Euros de Luis que la de Ana?</i>	<i>Luis tiene 15 €. Tiene tres veces más que Ana. ¿Cuántos euros tiene Ana?</i>
Situaciones que implican Disminución		
Se resuelve con una división partitiva	Se resuelve con una división cuotitiva	Se resuelve con una multiplicación
<i>Luis tiene 15 €. Ana tiene tres veces menos euros que Luis (la tercera parte). ¿Cuántos euros tiene Ana?</i>	<i>Luis tiene 15 € y Ana tiene 5 €. ¿Cuántas veces menor es la cantidad de Ana que la de Luis?</i>	<i>Ana tiene 5 €. Tiene 3 veces menos que Luis. ¿Cuántos € tiene Luis?</i>

INDICACIÓN METODOLÓGICA

Los problemas de comparación presentan más dificultades para el alumnado que los de grupos iguales y los de tasas. En primer lugar hay que tener un gran dominio de las situaciones de grupos iguales para poder abordar correctamente las comparaciones. Además hay que dominar el vocabulario implicado en estas situaciones (doble, mayor, menor, tercio...).

De todas formas, no todas las situaciones expuestas en este tipo de problemas implican el mismo grado de dificultad. Aquellas en las que hay que averiguar el referente son, en general, las más complicadas y también presentan más dificultad las situaciones que implican disminución que las de aumento, puesto que el alumnado siempre tiende a establecer comparaciones en forma de aumento y no como disminución.

Por lo tanto, la introducción de este tipo de problemas se hará cuando el nivel del alumnado lo permita por haber conseguido un dominio suficiente de las situaciones de grupos iguales y tasas.

TIPOS DE PROBLEMAS EN SITUACIONES SIMÉTRICAS

PROBLEMAS DE PRODUCTO DE MEDIDAS

En este tipo de situaciones nos encontramos con situaciones en las que el producto de medidas está definido (por ejemplo en el cálculo de áreas, en el cual, el producto de un largo por un ancho en un rectángulo nos proporciona otra medida bidimensional que es el área). Tenemos que tener claro que en general, el producto de medidas no está definido (por ejemplo el producto de gramos por gramos no nos proporciona otra medida bidimensional).

PROBLEMAS DE PRODUCTO DE MEDIDAS	
Desconocemos el área	Desconocemos alguna medida unidimensional (factor)
Se resuelve con una multiplicación	Se resuelve con una división
El patio de mi casa es rectangular. Tiene 5 metros de ancho por 7 m de largo. ¿Cuál es su área?	El patio rectangular de mi casa tiene 35 m ² de área. Si tiene 5 metros de ancho. ¿Cuántos m tiene de alto?

INDICACIÓN METODOLÓGICA

Como este tipo de problemas van parejos al cálculo de áreas y volúmenes, los introduciremos en el Tercer Ciclo de Educación Primaria.

Juan López Sánchez

Referencia bibliográfica

“Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor”. Vicente Bermejo. Editorial CSS