

## La medida en Educación Primaria

Algo más que usar la regla y el reloj

Juan Miguel Belmonte Gómez  
Departamento Didáctica de las Matemáticas  
Universidad Complutense de Madrid

## Cambios en los currícula

Toma en consideración de los resultados provenientes de la psicología cognitiva y la epistemología genética



- ☉ Curriculum con menor carga de contenidos.
- ☉ Desaparición del volumen en E.P.
- ☉ Tareas al alcance de los alumnos.
- ☉ Mayor presencia del lenguaje natural

## Cambios en los currícula

Las matemáticas como herramienta para otras disciplinas



- ☉ Fijación del orden de magnitud de objetos conocidos
- ☉ Actividades de medición que desarrollen estrategias de medida
- ☉ Importancia de la estimación

## Las magnitudes en los libros de texto

- ☉ Las magnitudes tratadas son, entre las lineales: longitud, capacidad, masa, dinero y tiempo, y la superficie como bilineal.
- ☉ Los objetos soporte son idealizados, dibujados, muy decantados, ostensivos. En algunos casos son objetos teóricos. Se usan *falsos* objetos del microespacio.
- ☉ Los problemas de conservación no se consideran. No se trabajan criterios de equivalencia.
- ☉ Se identifican la unidad y el instrumento de medida
- ☉ Hay diversidad en el tipo y forma de las unidades de medida correspondientes a las magnitudes lineales.
- ☉ Hay homogeneidad en el caso de las magnitudes pluridimensionales.

## Las magnitudes en los libros de texto

### TIPOS DE PROBLEMAS PROPUESTOS

- ☛ Encontrar la longitud de un recorrido dividido en trayectos (ya medidos)
- ☛ Obtener la capacidad de un recipiente en el que se han vaciado otros (de los que se conoce la medida de su capacidad).
- ☛ Hallar el precio total de varios objetos (conocido el precio de cada objeto)
- ☛ Dar la masa total de un conjunto de objetos (conocida la masa de cada objeto).
- ☛ Calcular la duración de un suceso del que se conoce su hora y/o fecha de comienzo y final.

## Prácticas productoras de obstáculos

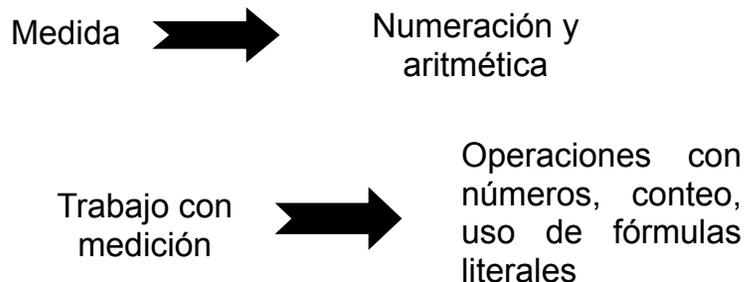
Uso de dibujos de objetos reales sin respetar la escala  
Constante ejercicio de conversiones de unidades



Obstáculo para la estimación  
Pérdida del orden de magnitud

## Consecuencias

### SUSTITUCIÓN DE SABERES



## Consecuencias

### INVISIBILIDAD DE CIERTOS SABERES

- ☛ Técnicas de comparación directa e indirecta
- ☛ Interpretación y uso de la graduación
- ☛ Métodos de medición
- ☛ Dificultades y errores en la medición
- ☛ Estimación

## Obstáculos y fenómenos ligados a la transposición didáctica

### Longitud

- ☹️ Transposición didáctica desequilibrada
- ☹️ Criterios de comparación basados en el uso de objetos idealizados
- ☹️ Comparación por procedimientos indirectos: la medida (el número)
- ☹️ Soporte de la regla graduada.

## Obstáculos y fenómenos ligados a la transposición didáctica

### Tiempo

- ☹️ Ausencia de procesos de comparación directa e indirecta
- ☹️ Confusión entre las nociones de tiempo-espacio-velocidad
- ☹️ Presentación de los sistemas de unidades fuera de entornos matemáticos
- ☹️ No identificación de la aplicación medida (ocultación numérica)

## Fenómenos en la enseñanza de la medida

- ☹️ La medida en tanto que objeto de enseñanza no está bien definida. Hay una sustitución de saberes no asumida ni confesada.
- ☹️ Existe una colonización de la medida por parte de la aritmética (aritmización de la medida)
- ☹️ La ostensión funciona como metáfora de las mediciones efectivas, que son sustituidas por prácticas ostensivas.
- ☹️ Fuerte contradicción entre lo que el maestro quiere hacer (proceso experimental) y lo que realmente hace (proceso algoritmizado y aritmizado)

## Fenómenos en la enseñanza de la medida

- ☹️ El tratamiento habitual que se hace en la escuela del Sistema Métrico Decimal, impide a los alumnos comprender los conceptos subyacentes al mismo, y como consecuencia, éstos no disponen de medios de control sobre las conversiones de unidades.
- ☹️ La utilización de ciertas unidades del S.M.D., tales como el dam, hm, hg, dag, tienen un carácter contracultural, y la legitimidad de sus uso sólo puede ser resuelta a través del contrato didáctico.

## Errores más frecuentes en la medida de magnitudes

- ☞ Uso erróneo de los sentidos
- ☞ Confusión entre magnitudes
- ☞ Uso de instrumentos inadecuados y mal manejo de los instrumentos.
- ☞ Errores de medición debidos a malos procedimientos o elección de una unidad inadecuada.
- ☞ Carencia de estrategias para medir objetos comunes.
- ☞ Abuso de la exactitud en las medidas.
- ☞ Resolución de problemas con datos erróneos o no reales.

## El concepto de magnitud

Lenguaje matemático	E	Partición de E: M = E/R	Orden sobre M
Actividades (objetos y procedimientos)	Objetos a comparar	Clases de objetos de la misma magnitud	Clases ordenadas
	Comparación de objetos dos a dos. Constitución de clases	Ordenación de las clases (deducida de la comparación de objetos)	

## Etapas para una progresión en la enseñanza de las magnitudes

- ☞ Estimación sensorial  
Apreciación de la magnitud.
- ☞ Comparación directa (sin intermediarios).
- ☞ Comparación indirecta (uso de un intermediario).
- ☞ Elección de una unidad. Cambios.
- ☞ Sistemas de medida irregulares.
- ☞ Sistemas de medidas regulares.
- ☞ El sistema legal: S.M.D.

## Ingeniería didáctica de la medida de longitudes

- ☞ 1ª Sesión : Descubrimiento y utilización de un patrón
  - ☞ Situación 1: Comparación y ordenación de bandas
  - ☞ Situación 2: Juego de comunicación.
- ☞ 2ª Sesión: Uso de un sistema de patrones
  - ☞ Situación: Medida de una banda con un sistema de patrones.

## Ingeniería didáctica de la medida de longitudes

- € 3ª Sesión: Trabajo sobre las conversiones
  - € Situación 1: Trabajo con distintas escrituras de una misma banda.
  - € Situación 2: Medida de una banda utilizando el menor número de patrones
- € 4ª Sesión: Utilización de las unidades legales.
  - € Situación: Presentación del centímetro.
- € 5ª Sesión: Utilización de las unidades legales.
  - € Situación: Relación entre el decímetro y el centímetro.

## Ingeniería didáctica de la medida de longitudes

- € 6ª Sesión: Uso de la regla.
  - € Situación: Medida con el doble decímetro
- € 7ª Sesión: Uso de la regla.
  - € Situación: Discusión sobre las medidas encontradas.
- € 8ª Sesión: Introducción del metro
  - € Situación: Construcción del metro
- € 9ª Sesión: Introducción del metro
  - € Situación: Medida con el metro construido

## Ingeniería didáctica de la medida de longitudes

- € 10ª Sesión: Introducción del metro
  - € Situación: Discusión de las medidas obtenidas
- € 11ª Sesión : Graduación del metro.
  - € Situación 1: Medida con el metro sin graduar
  - € Situación 2: Graduación del metro.
- € 12ª Sesión : Graduación del metro.
  - € Situación: Debate sobre la graduación.

PRIMERA SESIÓN: Descubrimiento y utilización de un patrón  
SITUACIÓN 1: Comparación y ordenación de bandas de menor a mayor.

### MATERIAL:

- ◆ Una hoja con 6 bandas dibujadas por ambas caras, de longitudes
  - ◆ A = 16 cm
  - ◆ C = 12 cm
  - ◆ D = 20 cm
  - ◆ E = 8 cm
  - ◆ F = 24 cm
  - ◆ G = 16 cm
- ◆ Una banda roja R, de 50 cm y otra azul B , de 4 cm.

### ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:

Trabajo en grupo de los alumnos.

### CONSIGNA:

“Vais a ordenar las bandas de la más pequeña a la más grande. Debéis escribir la ordenación resultante en la hoja que voy a repartir.

Después, deberéis ser capaces de explicar cómo habéis procedido para obtener esa ordenación.

Está prohibido utilizar la regla graduada.”

**PRIMERA SESIÓN: Descubrimiento y utilización de un patrón**  
**SITUACIÓN 2: Juego de comunicación. Fabricación de una banda.**

**ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:**

En grupos de dos, los mismos de la situación anterior. La mitad son grupos A y la otra mitad B. Cada grupo es a la vez emisor y receptor. Cada  $A_i$  se corresponde con el  $B_i$ .

**MATERIAL:**

- ◆ Las dos bandas de cartulina roja (50 cm) y azul (4 cm) de la situación anterior. Sólo se distribuyen a los niños que las pidan.
- ◆ Una banda amarilla de 32 cm (8 veces el patrón azul) para los grupos A, y una verde de 28 cm (7 veces el patrón) para los grupos B.
- ◆ Una hoja para transcribir el mensaje
- ◆ Dos bandas de papel blanco, de longitud superior a 32 cm, para recortar en ellas las bandas correspondientes al mensaje.

**CONSIGNA:**

“Cada grupo tiene delante una banda amarilla o verde. Cada grupo deberá escribir un mensaje que permita al grupo correspondiente fabricar una banda de la misma longitud que la suya.

Cuando un grupo haya escrito su mensaje, lo enviará a través de mí a sus correspondientes receptores, yo seré el mensajero. Al mismo tiempo que el mensaje, recibiréis una banda de papel blanco en la que recortáis la banda correspondiente al mensaje. Cuando las bandas estén fabricadas, vendréis a verificar que tienen la misma longitud que la amarilla y la verde respectivamente. Se admitirá un error máximo de 5 mm.”

**SEGUNDA SESIÓN: Uso de un sistema de patrones.**  
**SITUACIÓN 1: Medida de una banda con ayuda de un sistema de patrones.**

**ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:**

En grupos de dos, los mismos de la situación anterior. La mitad son grupos A y la otra mitad B. Cada grupo es sucesivamente emisor y receptor. Cada  $A_i$  se corresponde con el  $B_i$ .

El maestro distribuye a cada grupo los tres patrones y la banda de la que hay que enviar el mensaje.

**MATERIAL:**

- ◆ 3 bandas patrones de 1,5 cm (roja), de 4,5 cm (verde) y de 7,5 cm (azul oscuro).
- ◆ Una banda amarilla de 18 cm.
- ◆ Una banda naranja de 21 cm.
- ◆ Una hoja para escribir el mensaje.
- ◆ Una banda de papel blanco para fabricar la banda (distribuida con posterioridad)
- ◆ Tijeras.

**CONSIGNA:**

“Tenéis delante de vosotros tres patrones de diferente color: rojo, verde y azul, que os van a servir para medir una banda, amarilla para los grupos A y blanca para los grupos B.

Como la última vez, vais a intercambiar un mensaje con el grupo correspondiente. Este mensaje debe permitirles construir una banda de la misma longitud que la vuestra.”

**TERCERA SESIÓN: Trabajo sobre las conversiones.**  
**SITUACIÓN 1: Trabajo con distintas escrituras de una misma banda**

**ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:**

En grupos de dos.

**MATERIAL:**

El mismo que la situación anterior.

**CONSIGNA:**

“Ahora voy a daros otra escritura. Por ejemplo **1A 3V 2R**. ¿Cómo saber si esta nueva escritura corresponde a la longitud de una de las bandas? ¿Cómo verificarlo?”

Si necesitáis material, os lo doy de nuevo.”

**Desarrollo:** Para comenzar, el maestro propone una escritura que no corresponde a ninguna de las dos bandas. Se deja trabajar a los alumnos durante 5 minutos y se pasa a la puesta en común:

“¿Quién piensa que la escritura corresponde a la banda blanca, a la amarilla, a ninguna? ¿Por qué? ¿Cómo probarlo?”

**TERCERA SESIÓN: Trabajo sobre las conversiones.**  
**SITUACIÓN 2: Medida de una banda con ayuda de un sistema de patrones, utilizando el menor número de patrones.**

**ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:**

En grupos. La mitad son grupos A y la otra mitad B. Cada grupo es a la vez emisor y receptor. Cada  $A_i$  se corresponde con el  $B_i$ .

**MATERIAL:**

Para cada grupo:

- ◆ Tres patrones, los mismos que la actividad anterior.
- ◆ Una banda rosa de cartulina de 12 cm par los grupos A.
- ◆ Una banda azul de cartulina de 15 cm par los grupos B
- ◆ Una hoja para escribir el mensaje.
- ◆ Una banda blanca para fabricar la banda.
- ◆ Tijeras

**CONSIGNA:**

“En la actividad anterior habéis medido las bandas de diferentes maneras. Ahora vais a medir otras bandas nuevas con los mismos patrones que antes. Pero esta vez hay un desafío: hay que escribir un mensaje que permita reproducir la banda usando el menor número de bandas patrón.”

CUARTA SESIÓN: Utilización de las unidades legales.  
SITUACIÓN 1: Presentación del centímetro.

**ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:**

En grupos. La mitad son grupos A y la otra mitad B. Cada grupo es a la vez emisor y receptor. Cada  $A_i$  se corresponde con el  $B_i$ .

**MATERIAL:**

Para cada grupo:

- ◆ Una banda violeta de 15 cm, graduada en centímetros pero sin numeración
- ◆ Una banda roja de 12 cm, que debe ser medida por los grupos A.
- ◆ Una banda azul de 7 cm, que debe ser medida por los grupos B.
- ◆ Una banda blanca, para reconstruir la banda.
- ◆ Papel y tijeras.

**CONSIGNA:**

“Cada grupo va a escribir un mensaje que permita al grupo correspondiente, fabricar una banda de la misma longitud que la suya.”

**Puesta en común e institucionalización del centímetro.**

QUINTA SESIÓN: Utilización de las unidades legales  
SITUACIÓN 1: Relación entre el decímetro y el centímetro

**ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:**

Los alumnos trabajan en grupos. Son a la vez emisores y receptores.

**MATERIAL:**

- ◆ Una banda naranja de cm para los grupos A.
- ◆ Una banda azul clara de 1 dm para los grupos B
- ◆ Una banda verde de 20 cm, la misma para todos los grupos, fijada con papel celo a la mesa para impedir su desplazamiento.

**CONSIGNA 1:** “Voy a daros a todos la misma banda para medir. Pero los grupos A y los grupos B no tienen la misma unidad. Cada grupo va a buscar la longitud de la banda y escribirla en su hoja.”

**CONSIGNA 2:** “Puesto que las dos escrituras dan la medida de la misma banda, aunque no estén escritas de la misma manera, las dos escrituras son equivalentes. ¿Podéis ahora, sin medir, utilizando el cálculos, justificar por qué las dos escrituras son equivalentes?”

**Puesta en común e institucionalización del decímetro.**

SEXTA SESIÓN: Uso de la regla.  
SITUACIÓN 1: Medida con el doble decímetro

**ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:**

Los alumnos trabajan en grupos de 4. Cada grupo debe medir 6 objetos.

**MATERIAL:** Para cada grupo:

- ◆ 6 objetos para medir (los mismos para todos los grupos): un libro, un trozo de cuerda, un bote cilíndrico de cola, un tornillo para madera, una cinta de envolver, un pisapapeles de madera.

**CONSIGNA:**

“Vais a medir los objetos que tenéis delante de vosotros. Cada uno deberá medir cada objeto, y escribir la medida. A continuación, los cuatro confrontaréis vuestras medidas y rellenaréis una única hoja con las medidas del grupo. Cuando hayáis terminado, recogeré vuestras medidas y las escribiré en la pizarra.”

SÉPTIMA SESIÓN: Uso de la regla  
SITUACIÓN: Discusión sobre las medidas encontradas.

**Discusión y puesta en común:**

En la discusión debe aparecer:

- ◆ Las diferentes formas de escribir una medida: correctas o incorrectas, complejas o no.
- ◆ Los problemas ligados a los objetos cuya medida sobrepasa un número entero de centímetros, lo que debe dar lugar a la institucionalización del mm.
- ◆ Relación entre el cm y el mm
- ◆ Problemas ligados a la lectura de la graduación del útil de medida.
- ◆ Definición de un protocolo de uso de objetos graduados.

**REUTILIZACIÓN:**

- Medida de segmentos con una precisión de  $\pm$  mm. Trabajo individual.
- Ejercicios sobre los diferentes casos de lectura de una graduación, con motivo de la medida de un segmento:
- Lectura directa de la graduación entre 0 y otro número.
- Yuxtaposición de dos reglas, lectura como adición.
- Lectura con hueco, extremos del segmento no enfrentado al 0 de la regla.
- Lectura entre dos números cualesquiera diferentes de 0
- Sabiendo leer una graduación colocada entre 1 y otro número, hacer una previsión del número de llegada, para una graduación colocada al contrario y que parte de 0.
- Trazar segmentos de longitud respectivamente: 15cm, 14cm 3mm, 18cm 6mm, 6cm 8mm.

## OCTAVA SESIÓN: Introducción del metro

### SITUACIÓN: Construcción del metro

#### ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:

En grupos de dos.

#### MATERIAL:

- ◆ Varios metros sin graduación hechos en cartón.
- ◆ Metro de costurera y otros tipos de metro: flexómetro, de carpintero.
- ◆ Pegamento y tijeras.
- ◆ Reglas graduadas. (Dobles decímetros)
- ◆ Bandas de cartulina de longitud no múltiplo de 10.
- ◆ Grapadora y papel celo.

#### CONSIGNA:

“ Vais a construir, con ayuda de estas bandas de cartulina, un metro idéntico a éste.

Las bandas de cartulina que os voy a repartir, podéis cortarlas, graparlas o pegarlas, según queráis. Podéis levantarlas a mirara los metros que hay pegados en distintos lugares de la clase, pero no podéis llevar con vosotros las bandas de cartulina.

Sólo al terminar, podréis llevar vuestro metro, y verificar si es idéntico a los metros patrones que están pegados.”

## NOVENA SESIÓN: Introducción del metro

### SITUACIÓN: Medida con el metro construido

#### ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:

En grupos de dos.

#### MATERIAL:

- ◆ Los metros de cartón contruidos en la sesión precedente.
- ◆ Doble decímetro.
- ◆ Papel y lápices.

#### CONSIGNA 1:

“ Antes de utilizar los útiles de medida que hemos construido, vais a escribir en vuestra hoja una estimación a ojo, de la medida de la longitud de los objetos que después mediremos. En ese momento, veremos quién se ha acercado más a la medida re la de los objetos.”

#### CONSIGNA 2:

“Con ayuda del metro que acabáis de construir, vais a medir el largo y el ancho de los siguientes objetos: panel de la pared, mesa gris, cristal de una ventana, puerta del armario, aro, banda de contrachapado.”

## DÉCIMA SESIÓN: Introducción del metro

### SITUACIÓN: Discusión de las medidas obtenidas

#### Debate acerca de los siguientes aspectos:

- ◆ Las medidas, ¿son diferentes?, ¿podemos saber cuál es la medida más correcta?
- ◆ ¿Por qué hay diferencia entre los resultados obtenidos por el maestro y los de los alumnos?
- ◆ Este debate debe permitir, a partir de las observaciones de los alumnos, inventariar y tipificar los errores de medición más comunes:
- ◆ Malos procedimientos de medición: falta de alineación en los transportes, huecos en el transporte. Falta de precisión al marcar, uso de patrones rectilíneos para medir objetos curvos, etc.
- ◆ Uso de patrones defectuosos,
- ◆ Errores de conteo y cálculo en la adición,
- ◆ Errores de lectura, estimación a ojo
- ◆ Parte del debate debe centrarse también en la forma correcta de escribir los resultados de una medición.

#### INSTITUCIONALIZACIÓN

La sesión debe concluir con un catálogo de normas a observar cuando se realiza una medición, si se desea aminorar el error:

disminuir los transportes, eliminando el dedo para marcarlos,

uso de útiles adaptados, hacer las marcas del transporte con más precisión, usar la graduación de los instrumentos hasta el milímetro.

## UNDÉCIMA SESIÓN: Graduación del metro

### SITUACIÓN 1: Medida con el metro sin graduar

#### ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:

En grupos de dos. Grupos A y B, emisores y receptores respectivamente.

#### MATERIAL:

- ◆ Bandas rojas de 36 cm y violetas de 48 cm
- ◆ Metros de cartón no graduados, del tipo de los contruidos por los alumnos.
- ◆ Reglas graduadas (dobles decímetros)
- ◆ Lápiz, goma, bolígrafo, tijeras.

#### CONSIGNA:

“ Vais a trabajar en grupos de dos. Los grupos A van a recibir una banda roja y deberán mandar un mensaje al grupo B correspondiente, de manera que éste pueda fabricar una banda de la misma longitud que la que ellos han recibido.”

Dirigiéndose a los grupos A:

“Tenéis una banda roja sobre una mesa y una regla sobre otra. Está prohibido usar directamente la regla sobre la banda roja. Tenéis un metro de cartulina a vuestra disposición, con el que podéis hacer lo que queráis. No se tendrán en cuenta los milímetros para enviar el mensaje.”

Pasados 5 minutos, el maestro recoge los mensajes y los da a los grupos B:

“Tenéis 5 minutos para fabricar la banda. Una vez construida debéis comprobar con vuestros emisores que la banda es correcta y tiene la misma longitud que la suya.”

UNDÉCIMA SESIÓN: Graduación del metro  
SITUACIÓN 2: Graduación del metro

---

**ORGANIZACIÓN DE LA**

**CLASE:** En grupos de dos.

**MATERIAL:**

- ◆ Bandas de un metro.
- ◆ Bandas de 18 cm, 63 cm y 1m 12 cm.

**CONSIGNA:**

“Ahora cada grupo va a graduar su metro. Después lo intercambiará con otro grupo, que para probarlo, deberá medir con él varias bandas. Para hacer la graduación podéis usar el doble decímetro. Seguimos sin tener en cuenta los milímetros.”

DUODÉCIMA SESIÓN: Graduación del metro  
SITUACIÓN: Debate sobre la graduación

---

**MATERIAL:**

- ◆ Los metros graduados por los alumnos.
- ◆ Útiles convencionales de medida de longitudes; decámetro, cinta métrica, regla, doble decímetro.
- ◆ Papel y lápiz.

**CONSIGNA 1:** “Voy a daros dos metros de cartón hechos por otros compañeros. Vais a analizarlos para concluir si pueden ser utilizados o no para medir. Está prohibido escribir sobre los metros.”

**Puesta en común e institucionalización.**

**CONSIGNA 2:** “Para verificar si las reglas son buenas, tres de entre vosotros vais a medir, con uno de los metros que hemos considerado buenos, las tres bandas del otro día.

Ahora vamos a mirar si los instrumentos que utilizamos habitualmente para medir están graduados siguiendo las reglas que acabamos de escribir. Tres de vosotros vais a medir con ellos las tres bandas para comprobar si el resultado es el mismo.”